Mathplatz 1: Verkehrsbetriebe Regiobus, Lösungshilfen

Bezug zum mathbu.ch:
Aufgabenblock A: 7LU34, 7LU35
Aufgabenblock B: 7LU4, 7LU18, 9+LU4
Aufgabenblock C: 7LU8, 8LU19

A1

Anzahl Buslinien	Anzahl Fahrgäste
12	9600
5	x

Mathematische Lösung: $x = 9600 \cdot 5 : 12 = 4000$
Antwort: 4000 Fahrgäste

A2
Bei 5 Buslinien in Gossau fahren durchschnittlich 4000 : 5 = 800 Fahrgäste pro Tag auf dieser Linie. Diese verteilen sich auf 13 Fahrten pro Tag.

Mathematische Lösung: $800 : 13 = 61.54 \approx 62$
Antwort: 62 Fahrgäste

A3
Mathematische Lösung: $\frac{1}{4} \cdot 62 = 15.5$
Antwort: 16 Personen

A4
Die Berechnungen in A1 – A3 sind nur Durchschnittswerte, d.h. morgens, mittags und abends werden sich mehr, dazwischen sowie am frühen Morgen und am späten Abend weniger Leute in den Bussen aufhalten.
Regiobus versucht eine optimale Auslastung zu erzielen, sodass die Fahrgäste nicht zu lange warten müssen, möglichst angenehm (auf einem Sitzplatz) fahren können, aber auch keine praktisch leeren Busse fahren müssen.
Grundsätzlich könnte man sich noch überlegen, bei den wenig ausgelasteten Fahrten kleinere Busse einzusetzen.

B Vorbemerkung: Beachte, dass die Messmethoden mit Faden und Schritten nicht als absolut exakt angenommen werden können. Deshalb geben wir jeweils eine sinnvolle Toleranzgrenze an, innerhalb dieser sich dein Resultat befinden sollte.

B1
339 m; Toleranz ± 20 m

B2
Strecke Hinfahrt 26 cm; Toleranz ± 1 cm, Strecke Gerbhof bis Migros Markt: 3 cm; Toleranz ± 0.3 cm

B3

Strecke auf der Karte in cm	Strecke in Wirklichkeit in m
3	339
26	x

Mathematische Lösung: x = 26 cm · 339 m : 3 cm = 2938 m = 2.938 km
<u>Antwort</u>: Die Strecke beträgt ca. 3 km

B4
Reine Fahrzeit für die 2.938 km bei einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 30 km/h:

2.938 km : 30km/h = 0.09793 h = 5.876 min = 352.56 s ≈ 350 s

Summe aller Stoppzeiten an den Haltstellen:

12 min – 350 s = 6.124 min = 370 s

Haltezeit für eine Station:

Mathematische Lösung: 370 s : 10 = 37 s
<u>Antwort</u>: Ein Halt bei einer Haltestelle dauert durchschnittlich ca. 35 s.

C1
Länge: ca. 11 „Zimmermannsschritte“, Breite: ca. 2.5 „Zimmermannsschritte“
Fäche (inklusive Fahrerkabine) = Länge · Breite ≈ 11 m · 2.5 m = 27.5 m^2; Toleranz: ± 3m^2
Die Fläche für die Fahrerkabine wird mit 2.5 m^2 geschätzt.

<u>Antwort</u>: Die Fläche für die Fahrgäste beträgt ca. 25 m^2.

C2
Die gesamte Fläche muss auf 76 Personen aufgeteilt werden.

Mathematische Lösung: 25 m^2 : 76 = 0.328 m^2 ≈ 0.33 m^2
<u>Antwort</u>: Einem Fahrgast steht bei voll besetztem Bus durchschnittlich ca. 0.33 m^2 Fläche zur Verfügung.

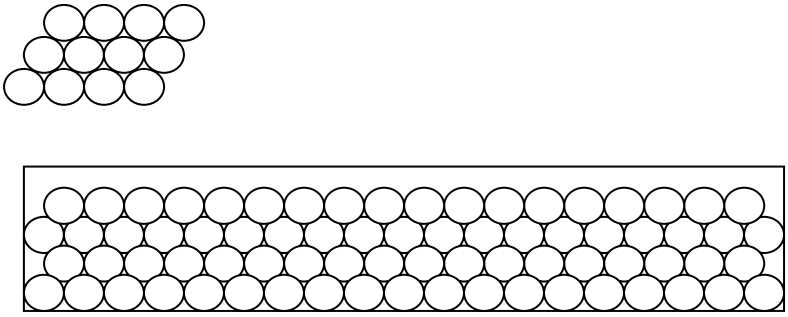
C3
$r = \sqrt{A_{Kreis} : \pi} = \sqrt{0.33\,m^2 : \pi}$ = 0.324 … m ≈ 0.32 m

Bei der Anordnung entspricht die Breite 8 Radien, also b = 8 · 0.32 m = 2.56 m.
Die Länge entspricht 38 Radien, also l = 38 · 0.32 m = 12.16 m.
Die Fläche des Rechtecks ist F_R = l · b = 2.56 m · 12.16 m = 31.12 m^2 = 31 m^2.

Antwort: Die für das Rechteck aus Abb. 2 berechnete Fläche ist deutlich grösser als die Fläche des Busses für die Fahrgäste, weil in Abb. 2 unbenutzte Zwischenräume vorgesehen sind.

C4

Beispiel einer Anordnung mit möglichst kleinen Zwischenräumen



Antwort: Nur wenn es Platz für eine fünfte Reihe hätte, könnten mehr Fahrgäste im Bus unter den gegebenen Vorgaben Platz finden. Bei der gewählten Anordnung haben sogar 2 weniger, also nur noch 74 Fahrgäste Platz.

Mathplatz 2: „Perron 3“, Lösungshilfen

Bezug zu mathbu.ch:
Aufgabenblock A: 7LU14, 8LU26, 9LU18
Aufgabenblock B: 8LU33, 9LU13
Aufgabenblock C: 7LU4, 9LU3

A1
Individuelle Lösungen sind möglich.

A2
Individuelle Lösungen sind möglich.
Ein Lösungsvorschlag: Wir betrachten nur das erste Obergeschoss. Wir teilen das Geländer in 64 Einheiten ein. Wir zählen eine Einheit (10 dünne Stäbe und 1 dicker Stab) plus 2 dicke und 2 dünne Stäbe auf den Seiten. Somit ergeben sich 642 dünne Stäbe und 66 dicke Stäbe. Man zählt 6 Stockwerke.

<u>Antwort</u>: 3852 dünne Stäbe, 396 dicke Stäbe.

A3
Dünne Stäbe
Höhe: h = 88 cm
Breite: b = 2.0 cm
Länge: l = 0.6 cm
Volumen: $V = l \cdot b \cdot h = 105.6\ cm^3 = 0.0001056\ m^3$

Dicke Stäbe:
Höhe: h = 88 cm
Breite: b = 4.0 cm
Länge: l = 1.1 cm
Volumen: $V = l \cdot b \cdot h = 387.2\ cm^3 = 0.0003872\ m^3$

<u>Antwort</u>: Das Volumen eines dünnen Stabes ist 106 cm^3, eines dicken Stabes ist 387 cm^3.

A4
$7.8\ g/cm^3 = 7800\ kg/m^3$

Dünne Stäbe
$V = 3852 \cdot 0.000106\ m^3 = 0.408\ m^3$
$1\ m^3$ hat die Masse 7800 kg
$0.41\ m^3$ hat die Masse $0.41\ m^3 \cdot 7800\ kg/m^3 = 3198\ kg \approx 3200\ kg$

Dicke Stäbe
$396 \cdot 0.000387\ m^3 = 0.153\ m^3$
$1\ m^3$ hat die Masse 7800 kg
$0.153\ m^3$ hat die Masse $0.153\ m^3 \cdot 7800\ kg/m^3 = 1193.4\ kg$

<u>Antwort</u>: Die gesamte Masse der Stäbe beträgt ca. 4400 kg = 4.4 t.

B1

	Zivilstand	Einkommen	Raucher	HT	StRA	Pkte	Quote
Sabine und Kurt Rüegg	verheiratet	240‘000	nein	Hund	nein	**12**	**0.21**
Julia Ganz und Franz See	Konkubinat	150‘000	nein	nein	ja	**8**	**0.14**
Trudi Manser	Witwe	40‘000	nein	Kater	nein	**10**	**0.18**
Susi und Marco Löpfe	verheiratet	160‘000	ja	nein	nein	**11**	**0.19**
Fabio Pinelli	ledig	90‘000	nein	nein	ja	**6**	**0.11**
Manuel Graf	ledig	45‘000	ja	Ratte	ja	**1**	**0.02**
Tanja Strässle und Markus Meile	Konkubinat	185‘000	ja	nein	nein	**9**	**0.16**
					Total:	**57**	**1**

B2
Rangliste

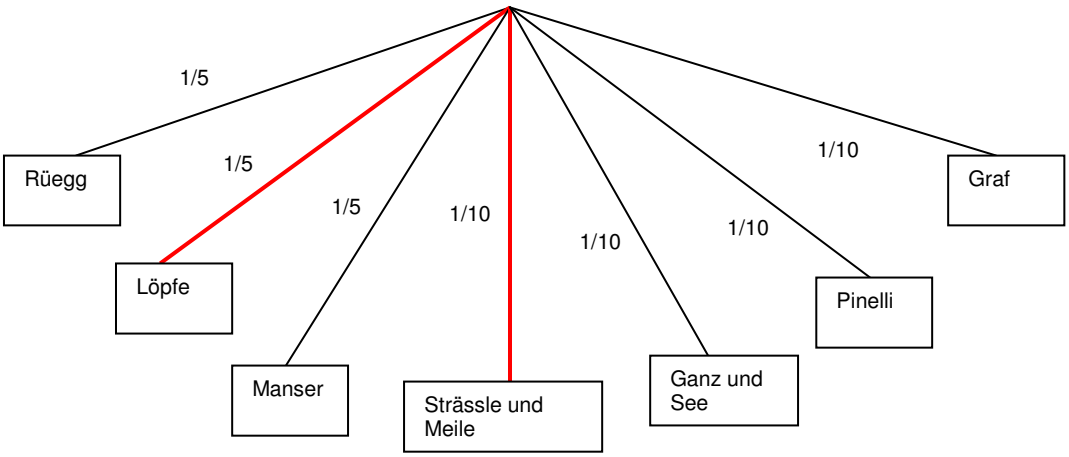
1. Sabine und Kurt Rüegg
2. Susi und Marco Löpfe
3. Trudi Manser
4. Tanja Strässle und Markus Meile
5. Juli Ganz und Franz See
6. Fabio Pinelli
7. Manuel Graf

Antwort: Die beiden Wohnungen würden Sabine und Kurt Rüegg sowie Susi und Marco Löpfe zugeteilt.

B3
Da das Los entscheidet, hat Trudi Manser die gleiche Chance, eine der beiden Wohnungen zu bekommen, wie Frau und Herr Rüegg und jede andere Partei.
Gäbe es eine Wohnung zu vergeben, wäre also die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Partei die Wohnung bekommt 1/5 = 0.2.
Da nun zwei Wohnungen zu vergeben sind, verdoppelt sich für jede Partei die Wahrscheinlichkeit, eine der beiden Wohnungen zu bekommen.

Antwort: Die Wahrscheinlichkeit ist für beide Parteien 2/5 = 0.4.

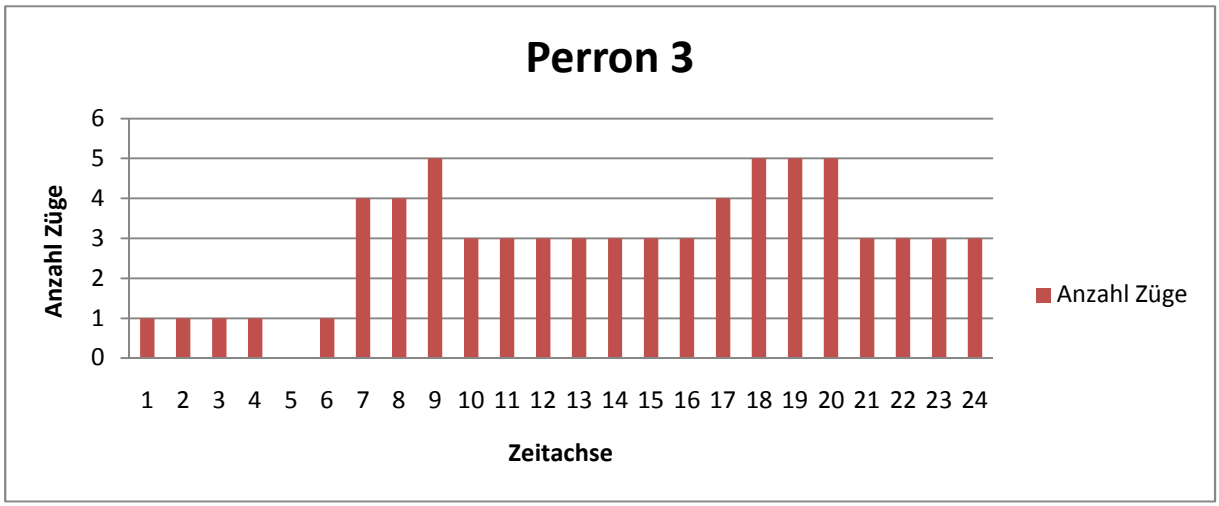
B4
Die Wahrscheinlichkeit, dass Frau und Herr Löpfe die Wohnung bekommen beträgt 2/5 = 0.4
Die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Strässle und Herr Meile die Wohnung bekommen beträgt 2/10 = 1/5 = 0.2.



C1

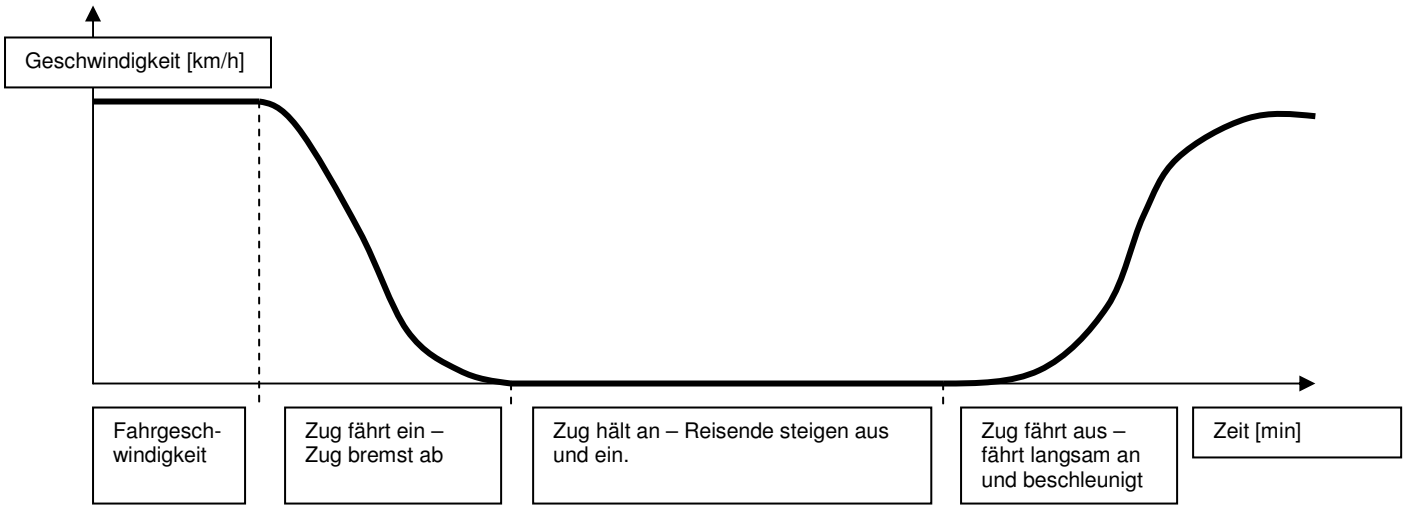
Uhrzeit	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Anzahl Züge	1	1	1	1	0	1	4	4	5	3	3	3	3	3	3	3	4	5	5	5	3	3	3	3

C2



Es ist auffallend, dass es einen Anstieg von 7.00 Uhr bis 9.00 Uhr gibt. Dies könnte damit zusammenhängen, dass zu diesen Zeiten viele Personen mit dem Zug zur Arbeit fahren. Von 17.00 Uhr bis 20.00 Uhr ist das Gleiche zu beobachten, da die Menschen Feierabend haben und von der Arbeit nach Hause zurückkehren. Nach diesem Maximum fällt die Kurve allmählich ab und erreicht um 5.00 Uhr ihr Minimum.

C3



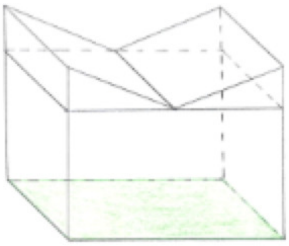
C4

Tageskarte	Mehrfahrtenkarte	Kleingruppe 12 P	Grossgruppe 50 P	Monatsabo	Jahresabo
5.60 CHF	5.59 CHF	5.58 CHF	5.44 CHF	4.33 CHF	3.01 CHF

Mathplatz 3: Migros Betriebszentrale, Lösungshilfen

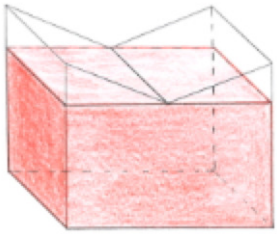
Bezug zum mathbu.ch:
Aufgabenblock A: 8LU23, 8LU24, 9LU6
Aufgabenblock B: 8LU33, 8LU34, 9LU13, 9+LU12
Aufgabenblock C: 8LU23, 8LU24, 9LU6, 9LU16

A1
Du berechnest die überdeckte Bodenfläche aus Länge mal Breite (22 m^2) und dividierst durch die Anzahl Fahrradplätze (20).



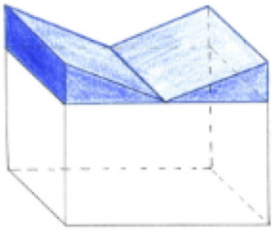
Antwort: 1.1 m^2

A2
Du multiplizierst die Bodenfläche aus Aufgabe A1 (22 m^2) mit der Höhe in der Mitte des Fahrradständers (2.18 m)



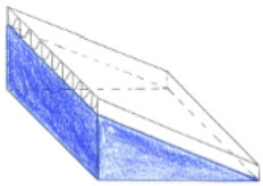
Antwort: 48 m^3

A3
Stell dir vor, du legst das eine Prisma so auf das andere, dass du einen Quader erhältst. Jetzt rechnest du halbe Bodenfläche mal die Differenz von der Höhe ganz aussen und der Höhe ganz innen.



Antwort: 3.55 m^3

A4
In Gedanken legst du ein ganz dünnes Brett auf die Wellen und eines unter die Wellen. Dann liegt zwischen den Brettern ein Volumen, das fast die Form eines Quaders beschreibt. Bestimme von diesem Quader die Höhe und Grundfläche und anschliessend sein Volumen. Die Hälfte davon ist ungefähr das Volumen unter den Wellen, das wir in A3 nicht berücksichtigt haben.



Antwort: 0.33 m^3

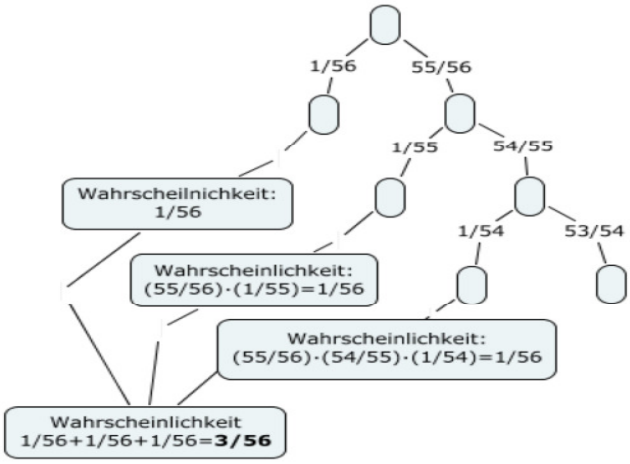
B1
Der Lastwagen hat 56 Plätze zur Auswahl. Einen davon muss er wählen.

Antwort: 1/56

B2
Weil der Lastwagen mit Fleisch beladen ist, muss der Lastwagen bei den Ladestellen 14 bis 20 entladen. Er kann deshalb aus 7 Möglichkeiten auswählen.

Antwort: 1/7

B3



Schaue dir das folgende Baumdiagramm an. Zur Erinnerung: Die Brüche entlang eines Pfades müssen multipliziert und die gesamten Wahrscheinlichkeiten der Pfade addiert werden. Für den ersten Lastwagen gibt es 56 Möglichkeiten. Eine Ladestelle ist interessant, 55 sind nicht interessant. Wir unterscheiden deshalb zwei Ereignisse. Mit einer Wahrscheinlichkeit 1/56 trifft das interessante Ereignis ein. Sonst kommt der zweite Lastwagen, jedoch hat der jetzt nur noch die Wahrscheinlichkeit 1/55. Weil er aber nur zur Wahrscheinlichkeit 55/56 überhaupt kommen muss, ist die gesamte Wahrscheinlichkeit (1/55)·(55/56). Das Produkt kann man mit 55 kürzen, deshalb ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Lastwagen zur Stelle 13 kommt wiederum 1/56. Genau gleich ist es bei Lastwagen drei. Jetzt addiert man die Wahrscheinlichkeiten und erhält als Lösung die Wahrscheinlichkeit 3/56.

<u>Antwort</u>: 3/56

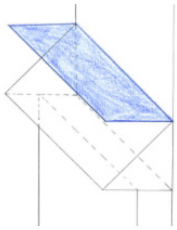
B4

Für diese Aufgabe gibt es viele verschieden Antworten.

1. Vorschlag: Der Lastwagen hat Ware für die Fleisch-, Molkerei- oder Transitladestelle geladen, wobei eine Stelle besetzt ist.

2. Vorschlag: 1/14 = 4/56 → Dieselbe Aufgabe wie Aufgabe 3 nur dieses Mal mit vier Lastwagen.

C1



In der Skizze siehst du blau diejenige Fläche eingezeichnet, auf welche der Regen senkrecht aufprallen und trotzdem noch auf das Vordach treffen würde. Durch Messen und Rechnen findest du das Resultat.

<u>Antwort</u>: 9.7 m^2

C2

Wenn du den Schnitt sauber machen würdest, wäre die Schnittfläche ein Kreis. $A_{Kreis} = r^2\pi$.

<u>Antwort</u>: 0.05027 m^2 = 502.7 cm^2 ≈ 500 cm^2

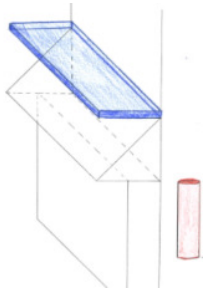
C3

Die Wassersäule ist ein Zylinder mit Höhe 1 m und hat die Grundfläche, die du in Aufgabe C2 berechnet hast. Um das Volumen dieses Zylinders zu berechnen, rechnest du die Grundfläche mal die Höhe.

<u>Antwort</u>: 0.002513 m^3 ≈ 2.5 dm^3, also 2.5 dm^3 pro Sekunde = 2.5 Liter pro Sekunde

C4

In diesen Behälter darf es pro Sekunde nicht mehr als 0.0025 m^3 Wasser regnen. Du musst jetzt die maximale Höhe pro Sekunde ausrechen, damit der Wasserquader das gleiche Volumen hat, wie das in Aufgabe C3 berechnete Abflussvolumen.



Höhe h = 0.0025 m^3 : 0.05 m^2 = 0.05 m = 5 cm

<u>Antwort</u>: 5 cm

Mathplatz 4: Gossauer Dorfbach, Lösungshilfen

Bezug zum mathbu.ch: Aufgabenblock A: 7LU14, 8LU23, 8LU24, 9LU6, 9LU16 Aufgabenblock B: 7LU21, 8LU27, 8LU28, 9LU35 Aufgabenblock C: 7LU6

Vorbemerkung: Hier werden praktisch nur Lösungswege beschrieben. Konkrete Berechnungen fehlen absichtlich. Sie hängen von der momentanen Wasserführung des Gossauer Dorfbaches ab.

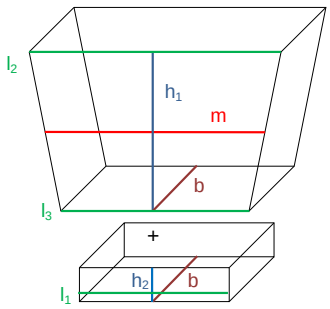
A1
Die Bachbreite l_1 variiert je nach Wassertiefe t. Bei einer Wassertiefe von 5 cm beträgt sie ca. 3.2 m. Bei hohem Wasserstand könnte ein Stock ins Wasser getaucht werden, um die Wassertiefe t besser schätzen zu können.

Antwort: $t \approx 5$ cm, $l_1 \approx$ ca. 3.2 m

A2
Wir berechnen das Wasservolumen, das sich unter der Brücke befinden würde mit der Formel
Wassermenge = Wassertiefe · (durchschnittliche) Bachbreite · Brückenbreite

Antwort: z.B.: $0.05\ \mathrm{m} \cdot 3.2\ \mathrm{m} \cdot 1.56\ \mathrm{m} = 0.2496\ \mathrm{m}^3 \approx 250\ \mathrm{l}$

A3
Wir berechnen die Trapezfläche und addieren sie zur Rechtecksfläche. Um das Volumen zu berechnen, multiplizieren wir mit der Brückenbreite b.



Trapezfläche $A_1 = m \cdot h_1 = (l_2 + l_3) / 2 \cdot h_1$

Rechtecksfläche $A_2 = l_1 \cdot h_2$

Volumen $V = (A_1 + A_2) \cdot b$

A4

$$\text{Trapezfläche } A_1 + \text{Rechtecksfläche } A_2 = \text{Kreisfläche } A_K$$

$$\left(\frac{l_2+l_3}{2} \cdot h_1\right)+(l_1 \cdot h_2)=\pi \cdot r^2$$

$$r=\sqrt{\frac{\left(\frac{l_2+l_3}{2} \cdot h\right)+(l_1 \cdot h_2)}{\pi}}$$

B1
Wir messen die Distanz bis zur zehnten Geländestange und rechnen aus, wie weit das Holzstück in einer Sekunde kommt.

$$\text{Geschwindigkeit v} = \frac{\text{Weg s}}{\text{Zeit t}}$$

$$\text{Fliessgeschwindigkeit } \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] = \frac{12.3 \text{ m}}{\text{gemessene Zeit [s]}}$$

B2

$$\text{Berechnete Zeit bis zur nächsten Strassenlampe [s]} = \frac{55 \text{ m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit } [\frac{\text{m}}{\text{s}}]}$$

z.B.: $\frac{55 \text{ m}}{0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$=68.75 s ≈ 70 s

$$\text{Abweichung [\%]} = \frac{\text{Berechnete Zeit [s]} - \text{gemessene Zeit [s]}}{\text{errechnete Zeit [s]}} \cdot 100 \text{ \%}$$

z.B.: $\frac{70 \text{ s} - 60 \text{ s}}{70 \text{ s}} \cdot 100$ %=14.28 % ≈14%

Gründe für die Abweichung

- Der Bach fliesst an verschiedenen Stellen verschieden schnell.
- Durch Wirbel bleibt das Holzstück hängen.
- Die kurze Messstrecke für die Geschwindigkeit führt zu grossen Messungenauigkeiten.
- Ungenauigkeiten beim Messen der Zeit und der Distanzen
- Wettereinflüsse
- Wasserstand

B3

Zuerst berechnen wir, wie lange das Holzstück für die Strecke auf dem Dorfbach und dann wie lange es für die Strecke auf der Glatt benötigt und addieren diese Zeiten.

$$\text{Fliesszeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

$$\text{Fliesszeit}_{\text{Dorfbach}} \text{ [s]} = \frac{4000 \text{ m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Dorfbach}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}$$

$$\text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Glatt}} [\frac{\text{m}}{\text{s}}] = \text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Dorfbach}} \cdot \frac{120}{100}$$

$$\text{Fliesszeit}_{\text{Glatt}} \text{ [s]} = \frac{6000 \text{ m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Glatt}} \cdot \frac{120}{100}}$$

$$\text{Fliesszeit}_{\text{Dorfbach+Glatt}} \text{ [s]} = \frac{4000 \text{ m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit}} + \frac{6000 \text{ m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit} \cdot \frac{120}{100}}$$

Zum Schluss rechnen wir das Resultat in Minuten um.

B4

Zuerst berechnen wir, wie lange das Holzstück für die Strecke hat und dann, wie lange man mit dem Fahrrad braucht und subtrahieren die Resultate.

$$\text{Fliesszeit}_{\text{Holz}}\ [\text{s}] = \frac{4000\ \text{m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Holz}}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}$$

$$\text{Fahrgeschwindigkeit}\ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] = \text{Fahrgeschwindigkeit}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \cdot 3.6$$

$$\text{Fahrzeit}\ [\text{s}] = \frac{4000\ \text{m}}{\text{Fahrgeschwindigkeit}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}$$

$$\text{Wartezeit}\ [\text{s}] = \frac{4000\ \text{m}}{\text{Fliessgeschwindigkeit}_{\text{Holz}}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]} - \frac{4000\ \text{m}}{\text{Fahrgeschwindigkeit}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]}$$

Zum Schluss rechnen wir das Resultat in Minuten um:

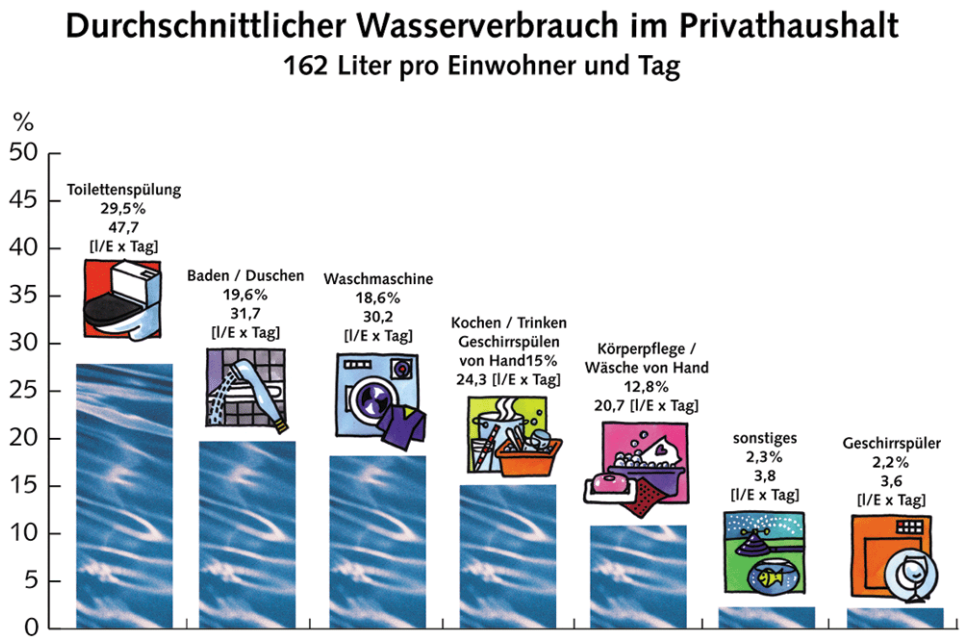
$$\text{Wartezeit}[\text{min}] = \text{Wartezeit}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \cdot 60$$

C1

$$\text{Wasserfluss}\ \left[\frac{\text{m}^3}{\text{min}}\right] = \text{Bachbreite}[\text{m}] \cdot \text{Bachtiefe}[\text{m}] \cdot \text{Fliessgeschwindigkeit}\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] \cdot 60$$

z.B.: $3.2\ \text{m} \cdot 0.05\ \text{m} \cdot 0.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 60 \cong 7.68\ \text{m}^3;\ 7.68\ \text{m}^3 \cdot 1000\frac{\text{l}}{\text{m}^3} = 7'680\ \text{l}$; also 7680 l pro Minute

C2



Quelle: www.svgv.ch

C3

$$\text{Wasser aus dem Dorfbach an einem Tag [l]} = \text{Wasserfluss} \left[\frac{\text{l}}{\text{min}}\right] \cdot 1440 \text{ min}$$

z.B.: $7'680 \ \frac{\text{l}}{\text{min}} \cdot 1440 \text{ min} \approx 11 \text{ Mio. Liter}$

$$\text{Anzahl Haushalte} = \frac{\text{Wasser aus dem Fluss an einem Tag [l]}}{162 \text{ l} \cdot 4}$$

z.B.: $\frac{11 \text{ Mio. l}}{162 \text{ l} \cdot 4} = 17'066 \text{ Haushalte} \approx 17000 \text{ Haushalte}$

C4

Eine Spülung braucht zwischen 9 und 14 Liter Wasser. Gossau hatte im Dezember 2008 17‘314 Einwohner.

$$\text{Wasser für alle Spülungen [l]} = 11.5 \text{ l} \cdot 17'314 = 199'111 \text{ l} \approx 200'000 \text{ Liter}$$

$$\text{Fliessdauer [min]} = \frac{\text{Wasser für alle Spühlungen [l]}}{\text{Wasserfluss} \left[\frac{\text{l}}{\text{min}}\right]}$$

z.B.: $\frac{200000 \text{ l}}{7'680 \frac{\text{l}}{\text{min}}} = 26.04 \text{ min} \approx 26 \text{ min}$

MathPlatz 5: Brunnen Andreaspark, Lösungshilfen

Bezug zu mathbu.ch: Aufgabenblock A: 7LU24, 8LU16, 8LU19 Aufgabenblock B: 7LU4, 7LU8, 7LU24, 8LU16, 8LU19 Aufgabenblock C: 9LU05, 9^{+}LU05

A1

Umfang u gemessen: u = 24.80 m

Durchmesser d berechnet: d = u : π = **7.89 m**

A2

Durchmesser d_1 gemessen:

Durchmesser d_2 gemessen:

Die Differenz zwischen dem gemessenen und berechneten Durchmesser beträgt 1 cm. Dies entspricht **<u>0.13 %</u>.**

A3

Flächenberechnung „rechteckige“ Fläche siehe Lösungshilfe B1: $K_R = 24.30\ m^2$

Fläche grosser Kreis $Kg = (d_2 : 2)^2 \cdot \pi = 113.10\ m^2$

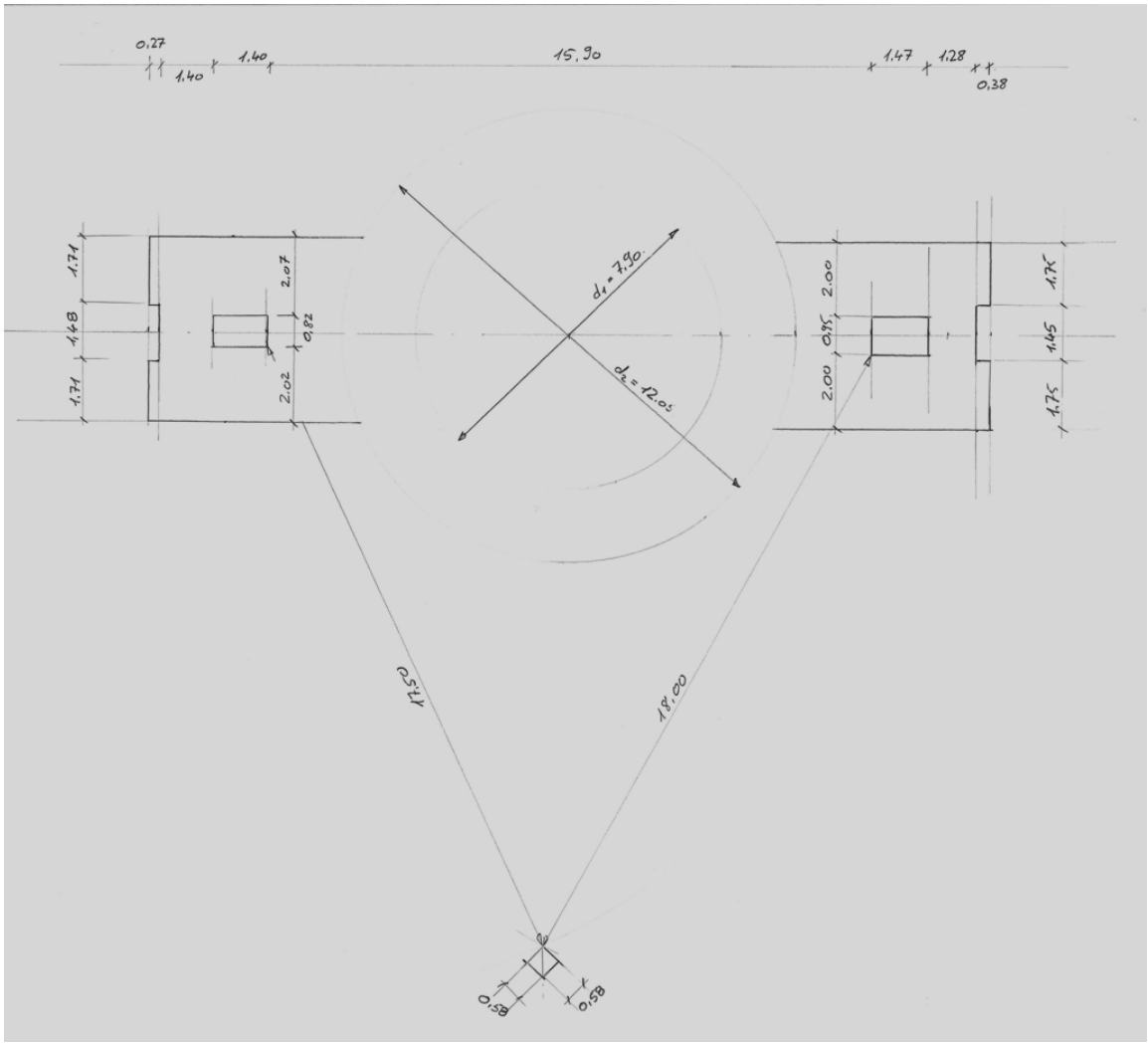
Fläche Wasser Kreis $Kw = (d_1 : 2)^2 \cdot \pi = 49.00\ m^2$

gesamte gepflästerte Fläche $A_P = 2 \cdot K_R + K_G - K_W = 210.70\ m^2$

<u>Antwort:</u> Die gesamte gepflasterte Fläche beträgt rund 210 m^2.

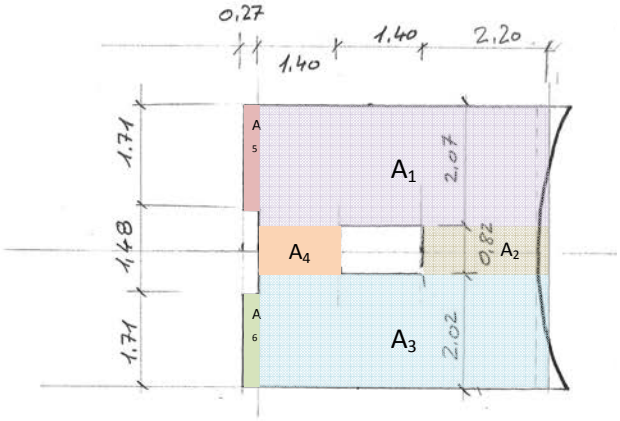
A4

Die Ecke des Steins in der Wiese kann man als Schnittpunkt zweier Kreise konstruieren. Nimm zwei dir bekannte Punkte und miss die Entfernungen zum nächstliegenden Eckpunkt des Steines.



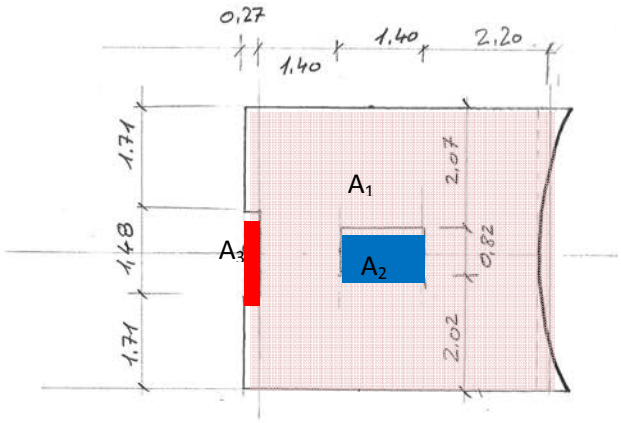
B1

Du kannst die Flächen als kleine Teilflächen addieren, oder von der grossen Fläche die kleinen Flächen subtrahieren.



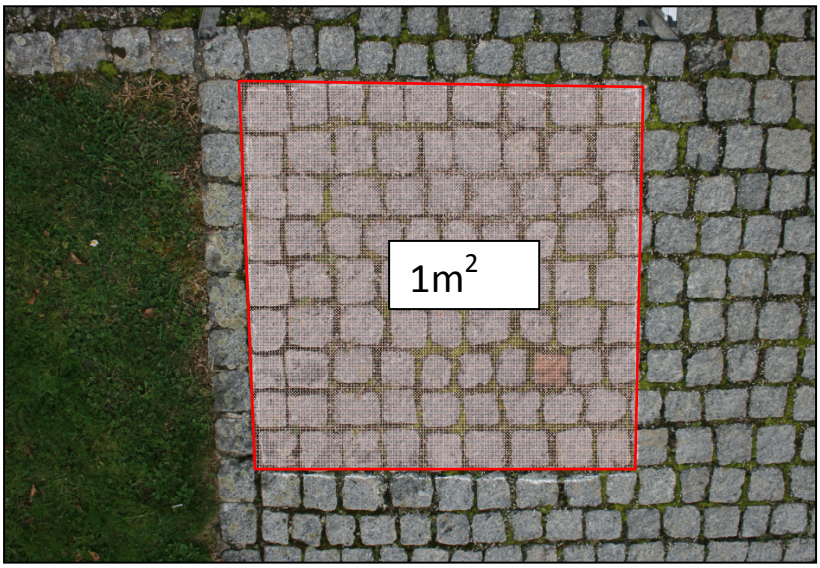
$A = A_1 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 = 2.07\ m \cdot 5.00\ m + 0.82\ m \cdot 2.20\ m + 2.02\ m \cdot 5.00\ m + 0.82\ m \cdot 1.40\ m +$

$1.71\ m \cdot 0.27\ m + 1.71\ m \cdot 0.27\ m =$ **<u>24.30 m²</u>**



$A = A_1 - A_2 - A_3 = 5.27\ m \cdot 4.90\ m - 0.82\ m \cdot 1.40\ m - 0.27\ m \cdot 1.48\ m =$ **<u>24.30 m²</u>**

B2



Auf diesem Quadratmeter können wir 9 Reihen zu 9 Steinen zählen.
→ 1 m^2 → **<u>81 Steine</u>**

B3
Anzahl Steine = 24.30 · 81 Steine =1 968 Steine
<u>Antwort</u>: ungefähr 2000 Steine

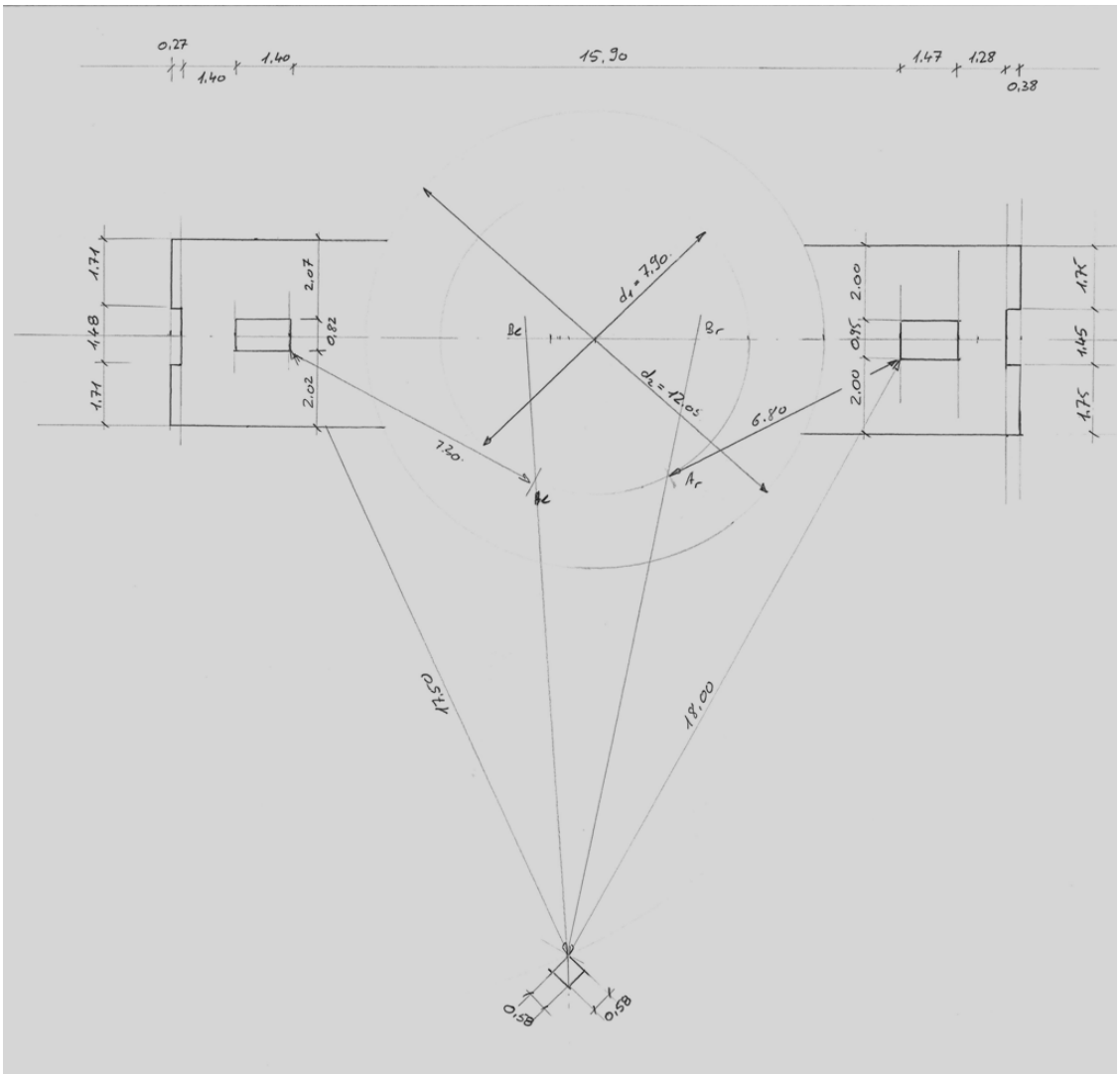
B4

Fläche Brunnen:	$A_1 = r_1^2 \cdot \pi = (3.95\ m)^2 \cdot \pi \approx 49.0\ m^2$
Anzahl Steine im Brunnen:	49 · 81 Steine = 3969 Steine
Fläche Kreisring:	$A_2 = r_2^2 \cdot \pi - A_1 = (6.00\ m)^2 \cdot \pi - 49\ m^2 \approx 64.10\ m^2$
Anzahl Steine um den Brunnen:	64.10 · 81 Steine ≈ 5192 Steine

<u>Antwort</u>: ungefähr 5200 Steine

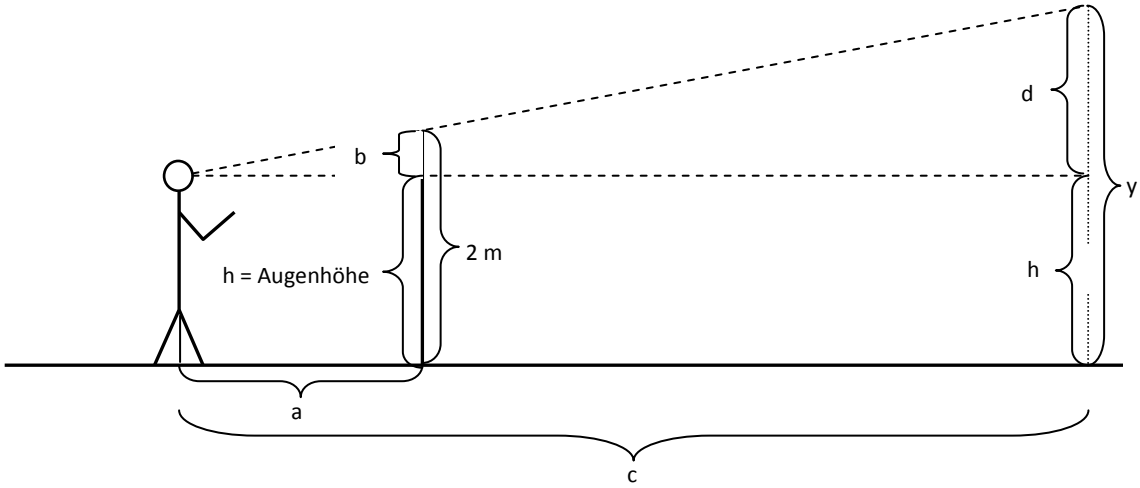
C1
Schätzung der Höhen der Scheitelpunkte: ca. 2.5 m bis 3.3 m. z.B. „wir haben die Höhe der Wasserstrahlen mit unserer Körpergrösse verglichen.“
C2
Ein Schüler steht beim Brunnenrand und hält den Doppelmeter senkrecht. Der zweite Schüler steht beim Stein. Der Schüler beim Brunnenrand bewegt sich entlang des Randes, bis der Doppelmeter senkrecht unter dem Scheitelpunkt gesehen wird. Der Punkt A wird mit Kreide markiert. (vergleiche mit Bild 3 im Lernheft)

C3
Miss nun die Entfernung des Punktes A vom Eckpunkt des Steines beim Wasserspeier und übertrage ihn in deine Skizze.
Ziehe eine Halbgerade vom Eckpunkt des Steines der Wiese durch den Punkt A. Der Schnittpunkt dieser Halbgeraden mit der Verbindungslinie des Wasserstrahls ergibt Punkt B.



C4

Du stehst beim Stein in der Wiese. Positioniere deine Partnerin mit dem Doppelmeter so, dass das Ende des Doppelmeters den Scheitelpunkt des Wasserstrahls verdeckt.



Augenhöhe: $h = 1.68$ m

b $b = 2\text{ m} - h = 2\text{ m} - 1.68\text{ m} = 0.32$ m

c kannst du aus deinem Plan messen. Diese Strecke entspricht der Entfernung des Punktes B vom Stein.

c_1 für den linken Wasserstrahl: $c_1 = 16.10$ m

c_2 für den rechten Wasserstrahl: $c_2 = 16.50$ m

a_1 gemessen für Wasserstrahl links: $a_1 = 5.50$ m

a_2 gemessen für Wasserstrahl rechts: $a_2 = 3.30$ m

Berechnung der Höhe für den linken Wasserstrahl

$\frac{b}{a1} = \frac{d1}{c1}$ $\qquad d1 = \frac{b \cdot c1}{a1} = \frac{0.32\text{ m} \cdot 16.10\text{ m}}{5.50\text{ m}} = 0.94$ m

$y1 = h + d1 = 1.68\text{ m} + 0.94\text{ m} = 2.53$ m

<u>Antwort</u>: Der linke Wasserstrahl hat seinen Scheitelpunkt etwa 2.5 m über dem Wasser.

Berechnung der Höhe für den rechten Wasserstrahl

$\frac{b}{a2} = \frac{d2}{c2}$ $\qquad d2 = \frac{b \cdot c2}{a2} = \frac{0.32\text{ m} \cdot 16.50\text{ m}}{3.30\text{ m}} = 1.60$ m

$y2 = h + d2 = 1.68\text{ m} + 1.60\text{ m} = 3.28\text{ m}$

<u>Antwort</u>: Der rechte Wasserstrahl hat seinen Scheitelpunkt etwa 3.3 m über dem Wasser.

Bemerkung: Die Aufgabe C4 kann auch ohne Kenntnisse aus 9LU5 bzw. 9+LU5 gelöst werden. Die gemessenen Werte können massstäblich aufgezeichnet und so y bestimmt werden.

Mathplatz 6 Andreaspark, Lösungshilfen

Bezug zum mathbu.ch: Aufgabenblock A: 8LU16; 8LU19 Aufgabenblock B: 7LU8, 7LU9, 8LU6, 8LU13 Aufgabenblock C: 8LU16, 8LU19

A1

Ja.

Vom Zentrum des Kreises aus sieht man, dass der Winkel 90° beträgt. Ein solcher Betonkörper ist also ein Viertel des „Gesamtkreisringes“.

A2

Fläche des äusseren Kreissektors A_1: $\frac{1}{4} \cdot (1.5\ m)^2 \cdot \pi = 1.77\ m^2 \approx 1.8\ m^2$

Fläche des inneren Kreissektors A_2: $\frac{1}{4} \cdot (1\ m)^2 \cdot \pi = 0.79\ m^2 \approx 0.8\ m^2$

Grundfläche des Betonkörpers: Fläche A_1 des äusseren minus Fläche A_2 des inneren Kreissektors:

$1.8\ m^2 - 0.8\ m^2 = \underline{\mathbf{1\ m^2}}$

A3

$\frac{1}{8} = \frac{45°}{360°}$, $\frac{1}{12} = \frac{30°}{360°}$, $\frac{1}{18} = \frac{20°}{360°}$, $\frac{1}{360} = \frac{1°}{360°}$

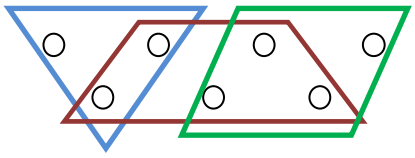
Die Brüche müssen jeweils auf 360° erweitert werden.

A4

$A_S = \frac{\propto}{360°} \cdot r^2 \cdot \pi$

B1

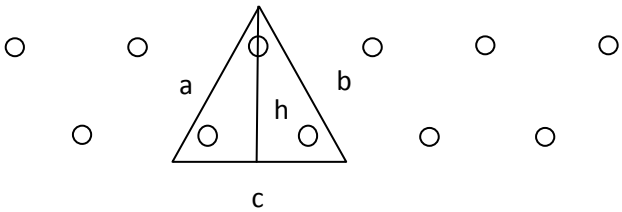
- Dreieck
- Trapez
- Parallelogramm



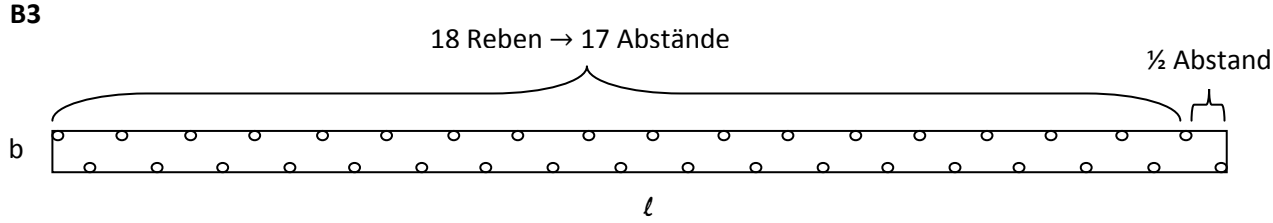
B2

Schätzungen: c = 1.45 m, a = 1.10 m, b = 1.10 m, h = 0.8 m

Berechnungen: $h = \sqrt{a^2 - (1/2 \cdot c)^2}$ = 0.83 m, A = $\frac{c \cdot h}{2} = \frac{(1.45\ m \cdot 0.83\ m)}{2}$ = $\underline{\mathbf{0.60\ m^2}}$



B3



Breite: mindestens $Höhe\ h\ \approx\ 0.8\,m$
Länge: $Anzahl\ Abstände\ \cdot\ c\ =\ 17.5 \cdot\ 1.45\,m \approx 25\,m$

Minimalfläche: $Länge\ l\ \cdot\ Breite\ b \approx 25m\ \cdot\ 0.8\,m\ \approx\ \underline{\mathbf{20\ m^2}}$

B4

$$\frac{7\ \mathrm{m}}{0.8\ \mathrm{m}} =\ 8.75$$

Wir können die Breite von 7 Metern 8 mal teilen und können so 9 Reihen pflanzen.

$$\frac{19\ \mathrm{m}}{1.45\ \mathrm{m}} \approx\ 13$$

Wir können die Länge von 19 Metern 13-mal teilen und können so in der Länge 14 Rebstöcke nebeneinander pflanzen. Dies allerdings nur in den ungeraden Reihen 1, 3, 5, 7, 9 möglich, da bei den Reihen 2, 4, 6, 8 jeweils der 14. Rebstock nicht mehr ins Feld passt.

Insgesamt pflanzen wir auf einer Fläche von $7\,m \cdot 19\,m\ \rightarrow\ 5 \cdot 14 + 4 \cdot 13\ also\ 122$ Rebstöcke an.
<u>Antwort:</u> Maximal lassen sich 122 Rebstöcke anpflanzen.

C1

Lösungsvorschläge

- Den Kreis in 8 oder 16 Sektoren einteilen. In einem Sektor die Steine zählen und mit der Anzahl Sektoren multiplizieren.
- Eine Zeitungsdoppelseite auslegen und darunter die Steine zählen. Den gesamten Platz mit Zeitungen auslegen und die Anzahl Steine einer Doppelseite mit der benötigten Anzahl Zeitungsdoppelseiten multiplizieren.
- Die Steine auf dem innersten und dem äussersten Kreis auszählen und den Durchschnitt berechnen. Die Anzahl Kreise zählen und mit der Durchschnittszahl multiplizieren.
- Die Gesamtfläche des Kreises durch die Fläche eines einzigen Steines dividieren.
- Anzahl Steine in einer bestimmten Fläche zählen und dann zur Gesamtfläche hochrechnen.
- …

C2

Anzahl Steine im Quadrat mit Seitenlänge 30 cm: 56 ± 2
<u>Antwort:</u> Die Anzahl Steine wird zwischen 54 und 58 Steinen variieren.

C3

Gesamtfläche des Kreises berechnen: $A = \pi r^2 = \pi \cdot (4.6\ \mathrm{m})^2 \approx 66.5\ \mathrm{m}^2$

Fläche des Schachtes und der grossen Steine berechnen und von der Gesamtfläche subtrahieren:

$A_m = \pi \cdot (0.45\ m)^2 = 0.64\ m^2$

A-A_m = 66.48 m^2 - 0.64 m^2 = 65.84 m^2

0.09 m^2 → 56 ± 2 Steine

65.84 m^2 → 40‘967 ± 1463 Steine

<u>Antwort:</u> Auf dem ganzen Platz wird es zwischen 39500 und 42500 Steine haben.

C4

Für die Breite eines Steines benutzen wir den Wert b = 4 cm = 0.04 m. Seine Grundfläche A_1 beträgt dann 0.0016 m^2.

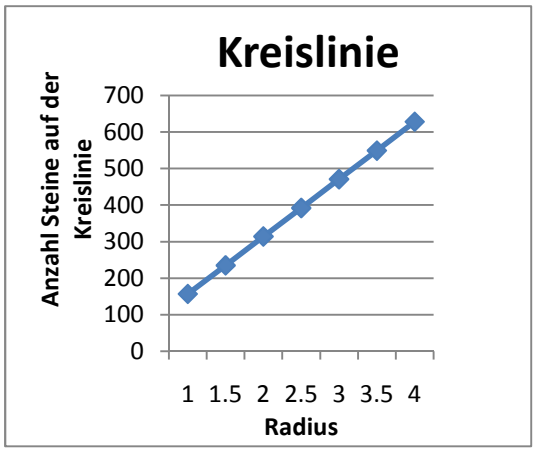
Umfang $u = 2r \cdot \pi$

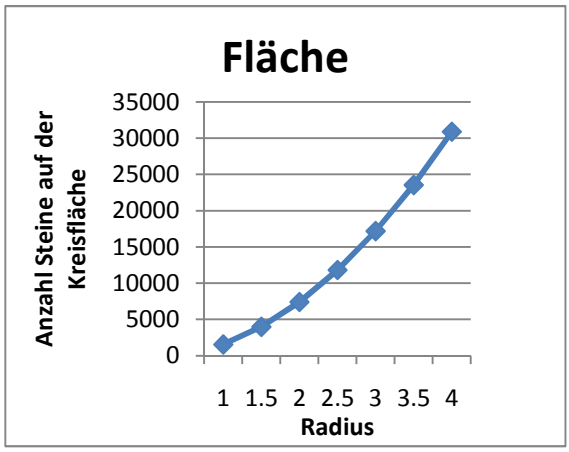
Anzahl Steine auf der Kreislinie ≈ Umfang/Breite eines Steines

Fläche $A = r^2 \cdot \pi$

Anzahl Steine auf der Kreisfläche ≈ Kreisfläche/Fläche eines Steines (wir vernachlässigen hier die fehlenden Steine in der Mitte)

Radius [m]	**1**	**1.5**	**2**	**2.5**	**3**	**3.5**	**4**
Umfang [m]	6.28	9.42	12.56	15.71	18.8	21.99	25.13
Anzahl Steine auf der Kreislinie	157	236	314	393	472	550	628
Fläche [m^2]	3.14	7.07	12.57	19.60	28.27	38.49	50.26
Anzahl Steine in der Kreisfläche	1963	4419	7856	12250	17669	24056	31412





Mögliche Interpretation:

Die Anzahl Steine auf der Kreislinie nimmt mit der Vergrösserung des Radius gleichmässig zu, also proportional. Das heisst zum Beispiel, der doppelte Radius ergibt einen doppelten Umfang und man benötigt somit die doppelte Anzahl Steine. Die Kurve verläuft linear.

Die Anzahl Steine auf der Kreisfläche nimmt quadratisch zu. Das heisst zum Beispiel, der doppelte Radius ergibt die 4-fache Fläche und benötigt somit 4-mal so viele Steine. Je grösser der Radius wird, desto steiler wird die Kurve.

Mathplatz 7: Andreas-Kirche Lösungshilfen

Bezug zum mathbu.ch Aufgabenblock A: 7LU8, 8LU19 Aufgabenblock B: 7LU6, 9LU1, 9+LU1 Aufgabenblock C: 8LU23, 9LU6, 9+LU6

A1
rechteckiger Teil der Holztüre (mit Rahmen)
Länge: 210 cm
Breite: 120 cm
Türfläche = Länge · Breite = 210 cm · 120 cm = 25200 cm^2 = **<u>2.52 m^2</u>**

A2
Radius Glashalbkreis: r = 37 cm
Glashalbkreisfläche = $(\pi \cdot r^2)/2 = (\pi \cdot (37\ cm)^2)/2 = 2150\ cm^2 \approx$ **<u>0.2 m^2</u>**

A3
Länge: 210 cm
Breite: 120 cm
Holzfläche = Länge · Breite = 210 cm · 120 cm = 25200 $cm^2 \approx 2.5\ m^2$

Radius Halbkreis: r = 60 cm
Halbkreisfläche = $(\pi \cdot r^2)/2 = (\pi \cdot (60\ cm)^2)/2 \approx 5655\ cm^2 \approx 0.6\ m^2$

Holzhalbkreisring = Halbkreis – Glashalbkreis = 5655 cm^2 – 2150 cm^2 = 3505 $cm^2 \approx 0.35\ m^2$
Holzfläche = Türfläche + Holzhalbkreisring = 25200 cm^2 + 3505 cm^2 = 28705 $cm^2 \approx$ **<u>2.9 m^2</u>**

A4
Kosten Holztüre = 7500 CHF + 2.87 · 400 CHF = **<u>8648 CHF</u>**

Länge: 210 cm
Breite: 240 cm
Türfläche = Länge · Breite = 210 cm · 240 cm = 50400 $cm^2 \approx 5\ m^2$

Radius Holzhalbkreisring: r = 120 cm
Fläche Holzhalbkreisring = $(\pi \cdot r^2)/2 = (\pi \cdot (120\ cm)^2)/2 = 11310\ cm^2 \approx 1.1\ m^2$

Radius Glashalbkreisring: r = 74 cm
Fläche Glashalbkreis = $(\pi \cdot r^2)/2 = (\pi \cdot (74\ cm)^2)/2 = 8602\ cm^2 \approx 0.9\ m^2$

Holzhalbkreisring = Halbkreis – Glashalbkreis = 11310 cm^2 - 8602 cm^2 = 2708 $cm^2 \approx 0.3\ m^2$
Holzfläche = Holzhalbkreisring + Türfläche = 2708 cm^2 + 50400 cm^2 = 53108 $cm^2 \approx 5.31\ m^2$
Kosten neue Holztüre = 7500 CHF + 5.31 · 400 CHF = **<u>9624 CHF</u>**

Der Preis der Türe verdoppelt sich nicht, wenn die Türe doppelt so breit wird, da die Grundgebühren der Türbaufirma gleich bleiben.

B1
In der Kirche hat es genau 66 Sitzbänke. Wenn du also **zwischen 60 und 80 Sitzbänke** geschätzt hast, sind deine Überlegungen gut. In den beiden Seitenschiffen hat es noch je 9 kurze Bänke.
Mit „Meterschritten“ abgemessen ist die Kirche ungefähr 65 Meter lang. Der Abstand zwischen den Sitzreihen liegt zwischen 80 cm und 100 cm. Es hat nicht überall in der Kirche Bänke (Kreuzgang, Altar). Vom Haupteingang zum Altar hat es einen breiten Gang.

B2
In der Kirche haben **zwischen 800 und 1000 Leute** Platz.
Auf jeder Kirchenbank können 10 bis 13 Personen Platz nehmen.

B3
Es dauert **zwischen 660 Sekunden (ca. 11 min) und 900 Sekunden (ca. 15 min)**.
Wir nehmen an, dass 12 Personen in 10 Sekunden die Kirche verlassen, wenn sie durch eine breite Türe gehen.

B4
Es dauert **zwischen 160 Sekunden (ca. 2 ½ min) und 220 Sekunden (ca. 3 ½ min)**, bis alle Leute die Kirche verlassen haben.
Insgesamt hat die Kirche 5 Türen, 2 breite und 2 schmale und die Haupteingangstüre. Wir nehmen an, dass 12 Leute in 10 Sekunden die Kirche durch eine breite Tür verlassen und 7 Leute in 10 Sekunden die Kirche durch eine schmale Türe verlassen. Das heisst durch die beiden schmalen Türen gehen 14 Personen in 10 Sekunden und durch die breiten 36 Personen pro 10 Sekunden. Insgesamt verlassen also 50 Personen pro 10 Sekunden die Kirche.

C1
Seitenlänge: 8.75 m
quadratische Grundfläche = Seitenlänge · Seitenlänge = 8.75 m · 8.75 m = 76.56 m^2 ≈ **<u>77 m^2</u>**

C2
Eine Möglichkeit ist, sich zu überlegen, welcher Teil die Kuppel vom ganzen Turm ausmacht. Dies kann in einiger Entfernung mit dem Daumen abgeschätzt werden. Die Kuppel entspricht etwa einem Siebtel des Turmes. (31 m /7 ≈ 4m)
<u>Antwort:</u> Die Höhe der Kirchenkuppel beträgt **zwischen 4 und 5 Metern**.

C3
Höhe: 4 m
Pyramide: Volumen = (Grundfläche · Höhe) /3 = (77 m^2 · 4 m) /3 = 102.67 m^3 ≈ **<u>103 m^3</u>**

C4
individuelle Lösungen

MathPlatz 8: Minigolfanlage Freihof, Lösungshilfen

Bezug zum mathbu.ch:
Aufgabenblock A: 8LU6, 8LU16, 8LU19
Aufgabenblock B: 8LU25, 8LU27
Aufgabenblock C: 8LU16, 8LU19

A1
Mit einer Schnur der metallischen Begrenzung nachfahren und anschliessend die Länge der Schnur messen.
Antwort: Die Begrenzung misst rund 18.0 m

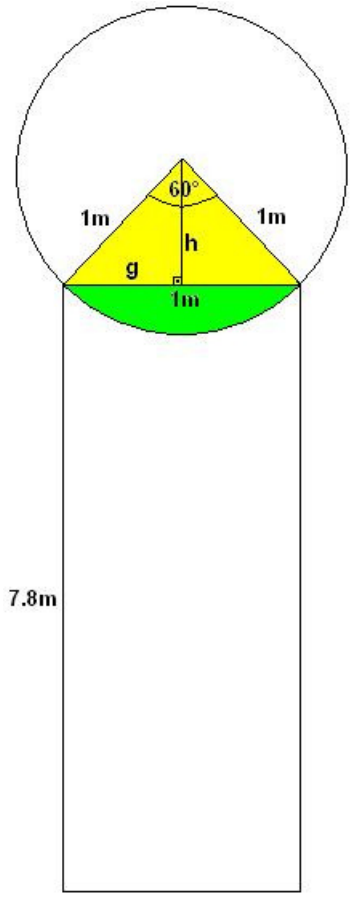
A2
Radius: 1 m
Umfang: $2 \cdot 1\text{ m} \cdot \pi \approx 6.28\text{m}$

Variante 1:
Mit dem ausgerechneten Gesamtumfang des Zielkreises kannst du auf den Anteil des offenen Abschnitts schliessen und so den Winkel für den kleinen Kreissektor bestimmen.

$6.8\text{ m} \rightarrow 360°$
$5.25\text{ m} \rightarrow \frac{360°}{6.8} \cdot 5.25 \approx 300°$
→ Winkel kleiner Kreissektor ≈ 60°

Variante 2:
Gleichseitiges Dreieck mit Seitenlänge 1 m: 60°

Antwort: Der Winkel beträgt 60°



A3
In Aufgabe A2 hast du gesehen, dass der Winkel für den kleinen Sektor 60° ist. Somit entspricht die Flächeninhalt des Kreissektors $\frac{1}{6}$ der Gesamtfläche des Zielkreises.

$$A_{Kreissektor} = \frac{1}{6} \cdot A_{Kreis} = \frac{1}{6} \cdot r^2 \cdot \pi = \frac{1}{6} \cdot (1\text{ m})^2 \cdot \pi \approx 0.52\text{ m}^2$$

Nun musst du den Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks (gelbe Fläche), das sich im Zielkreis befindet, berechnen.

$$A_{Dreieck} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{1\text{ m} \cdot \sqrt{(1\text{ m})^2 - (\frac{1}{2}\text{ m})^2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\text{ m}^2 \approx 0.43\text{ m}^2$$

Um die Fläche des Kreissegments (grüne Fläche) zu erhalten, musst du schliesslich die Fläche des Dreiecks von der Fläche des Kreissektors subtrahieren.

$$A_{Kreissegment} = A_{Kreissektor} - A_{Dreieck} = 0.52\text{ m}^2 - 0.43\text{ m}^2 = 0.09\text{ m}^2$$

Antwort: Die Fläche des Segments beträgt etwa 0.1m^2

A4
Um die ganze rote Fläche zu erhalten, musst du die Fläche der rechteckigen Anlaufspur zum Flächeninhalt des Zielkreises addieren und davon die Fläche des Kreissegments subtrahieren.

$A_{ges} = A_{Kreis} + A_{Rechteck} - A_{Kreissegment}$
$A_{Kreis} = r^2 \cdot \pi \approx 3.14\ m^2$
$A_{Rechteck} = l \cdot b = 7{,}8\ m \cdot 1\ m = 7.8\ m^2$
$A_{Kreissegment} = 0{,}09\ m^2$
$A_{ges} = 3.14\ m^2 + 7.8\ m^2 - 0.09\ m^2 = 10.85\ m^2$

Einen Pflasterstein kannst du in jeweils zwei kongruente Trapeze teilen.
Höhe: 0.10 m
Mittellinie: $\frac{0.10\ m + 0.13\ m}{2} = 0.115\ m$

$$A_{Stein} = 2 \cdot \frac{0.10\ m + 0.13\ m}{2} \cdot 0.10\ m = 0.023\ m^2 \approx 0.02 m^2$$

Um nun herauszufinden, wie viele Pflastersteine auf der roten Bahnfläche mindestens Platz haben, musst du die Gesamtfläche durch die Fläche eines einzelnen Steins teilen.

$$\text{Anzahl Steine: } \frac{A_{ges}}{A_{Stein}} = \frac{10.85\ m^2}{0.02\ m^2} = 542.5$$

<u>Antwort:</u> Es braucht etwa zwischen 500 und 550 Steine.

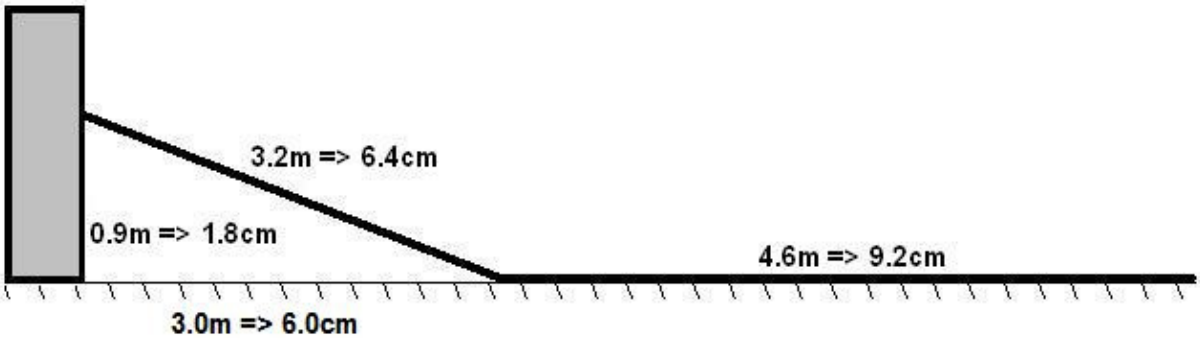
B1
Gemessene Werte: 4.6 m (flaches Stück) + 3.2 m (steiles Stück) = 7.8 m = 780 cm

$$u_{Ball} = d \cdot \pi \approx 40\ mm \cdot \pi \approx 125.66\ mm \approx 12.6\ cm$$

Anzahl Umdrehungen: $\frac{\text{gesamte Weglänge}}{\text{Ballumfang}} = \frac{780\ cm}{12.6\ cm} \approx 62$ Umdrehungen

<u>Antwort:</u> Der Ball legt einen Weg von 7.8 zurück und dreht sich dabei rund 62 mal.

B2
Zeichnung Seitenansicht Originalbahn

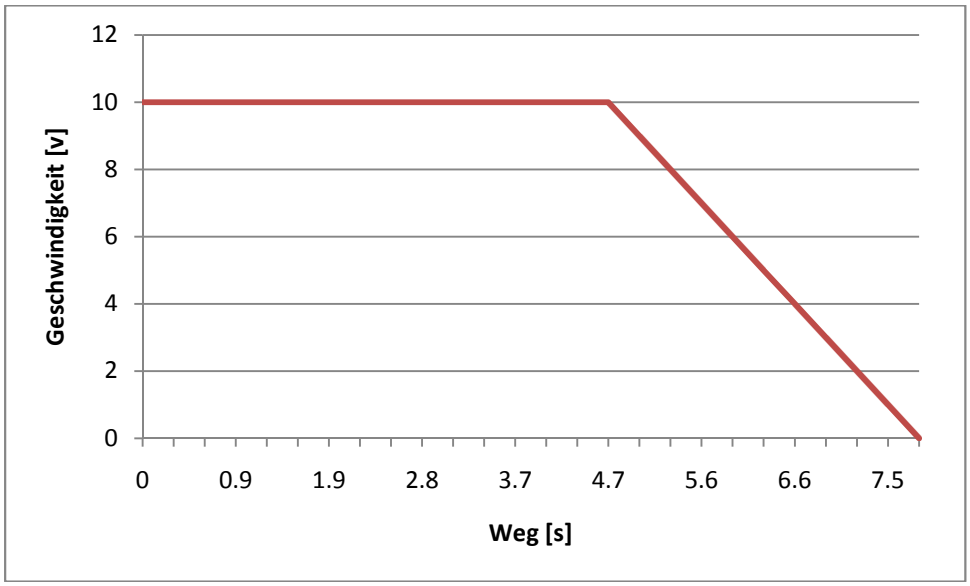


Gemessene Werte: Länge = 3.0 m, Höhe = 0.9 m

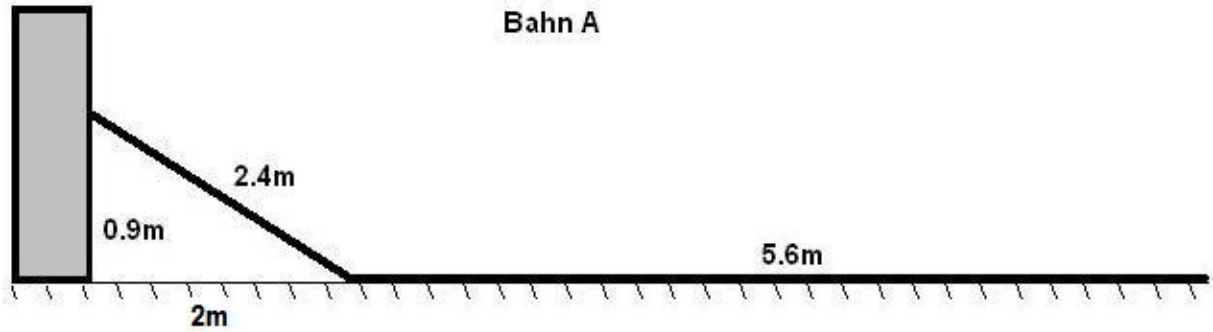
Steigung $a = \frac{\text{Höhe}}{\text{Länge}} = \frac{0.9\ m}{3\ m} = 0.3 \rightarrow 30\%$

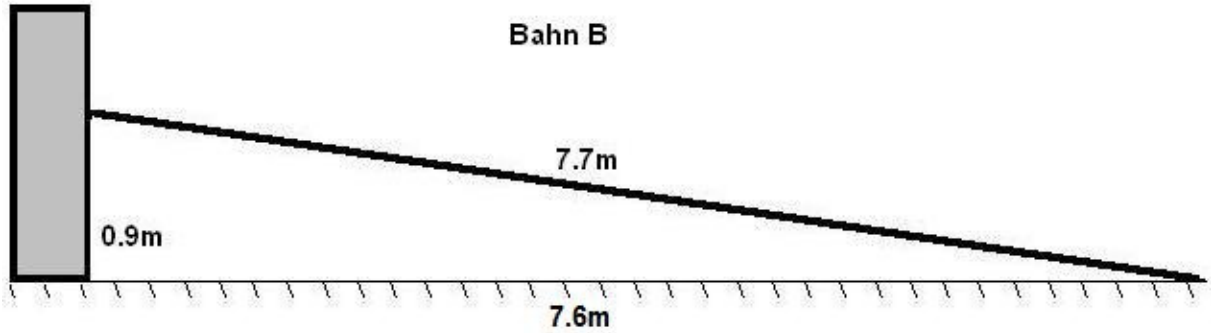
<u>Antwort:</u> Die Steigung beträgt 30%.

B3
(vereinfachtes) Geschwindigkeit-Weg-Diagramm Originalbahn



B4
Zeichnung Seitenansicht Bahn A und Bahn B:

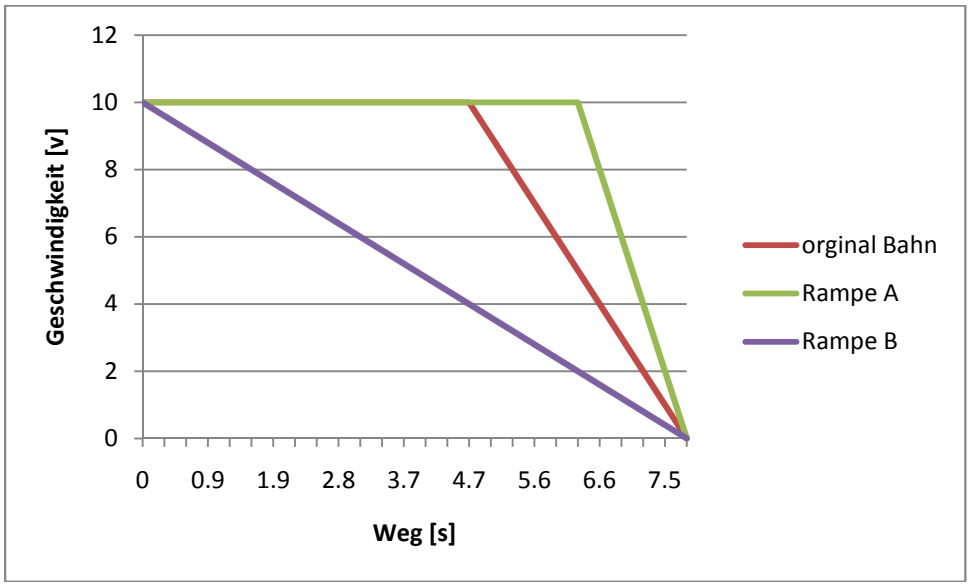




Steigung Rampe A: $a = \frac{\text{Höhe}}{\text{Länge}} = \frac{0.9\text{ m}}{2.2\text{ m}} \approx 49\%$

Steigung Rampe B: $a = \frac{\text{Höhe}}{\text{Länge}} = \frac{0.9\text{ m}}{7.7\text{ m}} \approx 12\%$

(vereinfachte) Geschwindigkeit-Weg-Diagramme Originalbahn, Bahn A, Bahn B:



C1

Gemessener Durchmesser d = 1 m

Umfang der Walze: u=1 m·π = 3.14 m

Gemessene Länge Bocciafeld l = 14.9 m

Anzahl Umdrehungen: x = l : u = 14.9 m : 3.14 m = 4.75

<u>Antwort:</u> Es sind fünf Umdrehungen nötig.

C2

$A_{Streifen}$ = Länge · Breite = l · b = 14.9 m × 0.6 m = 8.94 m^2 ≈ 9 m^2

Man kann auch die Mantelfläche der Walze ausrechnen und diese dann mit der Anzahl Umdrehungen multiplizieren.

A_{Walze} = u · b = 3.14 m · 0.6 m ≈ 1.9 m^2

$A_{Streifen}$= Umdrehungen · A_{Walze} = 4.75 · 1.88 m^2= 8.9 m^2

<u>Antwort:</u> Es werden rund 9 m^2 flachgedrückt.

C3

Individuelle Lösungsvorschläge

C4
Bocciafeld:
Länge l = 14.9 m
Breite b = 3.7 m
Fläche A = 55.13 $m^2 \approx 55m^2$

Der Länge nach walzen
Um die mindest Anzahl Längen herauszufinden, musst du die Breite des Feldes durch die Breite der Walze dividieren und anschliessend auf die nächste ganze Zahl aufrunden.

min. Anzahl Längen: $\frac{3.7\text{ m}}{0.6\text{ m}} = 6.2 \approx$ **6**

Anzahl Drehungen auf einer Länge: $\frac{14.9\text{ m}}{3.14\text{ m}} \approx 4.75 \approx 5$

gesamte Anzahl Drehungen: $6 \cdot 5 =$ **30**

Der Breite nach walzen
min. Anzahl Breiten: $\frac{14.9\text{ m}}{0.6\text{ m}} = 24.8 \approx$ **25**

Anzahl Drehungen auf einer Breite: $\frac{3.7\text{ m}}{3.14\text{ m}} = 1.18 \approx 1$

gesamte Anzahl Drehungen: $25 \cdot 1 =$ **25**